Búsqueda en el mercado de trabajo
(Search in the labour market)

[Basado en el capítulo 8 de “Foundations of Modern Macroeconomics” (Second Edition, 2009) de B.J. Heijdra, Ed. Oxford University Press]

Objetivos:

Utilizar un modelo sencillo para:

- Explicar la duración del desempleo
- Estudiar qué políticas pueden utilizarse para reducir el desempleo de equilibrio
- Explicar los determinantes de la persistencia en la tasa de desempleo

Describiendo el modelo: definiciones y notación

- **Función de emparejamientos (*Matching function*)**

$$X \cdot N = G(\underset{(+)}{U \cdot N}, \underset{(+)}{V \cdot N}),$$

donde:

- X es la tasa a la cual los trabajadores desempleados que buscan trabajo encuentran una vacante en una empresa y la ocupan: tasa de emparejamientos o *matching rate*
- N denota el número de trabajadores
- U es la tasa desempleo
- V es la tasa de empleos vacantes
- $G(.\,,\,.)$ es la función de emparejamientos que suponemos homogénea de grado 1, (rendimientos constantes a escala)
  $\Rightarrow G(U \cdot N, V \cdot N) = N \cdot G(U, V) = N \cdot V \cdot G(U/V, 1)$
  Ejemplo: $X \cdot N = (U \cdot N)^{\alpha}(V \cdot N)^{1-\alpha} = V \cdot N \cdot (U/V)^{\alpha}$, $\alpha \in (0,1)$
- También suponemos que $G(.\,,\,.)$ es creciente en sus dos argumentos, con rendimientos decrecientes en sus dos argumentos y estrictamente cóncava.

- **Probabilidad de que un puesto de trabajo vacante sea ocupado**:

$$q \equiv \frac{\text{número de emparejamientos}}{\text{número de vacantes}} = \frac{G(U\cdot N, V\cdot N)}{V\cdot N}$$

$$= \frac{V\cdot N\cdot G(U\cdot N/V\cdot N, 1)}{V\cdot N} = G(U/V, 1) \equiv \underset{(-)}{q(\theta)},$$

donde $\theta \equiv \dfrac{V}{U}$, es el indicador de presión en el mercado de trabajo:

- Si θ es alto entonces hay, relativamente, muchos puestos vacantes; así, para las empresas con un puesto vacante es difícil encontrar y contratar a un buscador de trabajo (q es bajo).
- Si θ es bajo entonces hay, relativamente, pocos puestos vacantes; así, para las empresas con un puesto vacante es fácil conseguir a un buscador de trabajo (q es alto).

- **Elasticidad de la función** $q(\theta)$:

$$\eta(\theta) \equiv -\frac{\theta}{q}\frac{dq}{d\theta} \underbrace{=}_{\substack{q=G(1/\theta,1)\rightarrow \\ q'=G_U(-1/\theta^2)}} \frac{G_U}{\theta q} \underbrace{\Longrightarrow}_{\substack{\frac{G_U}{\theta q}=\frac{U\cdot G_U}{V\cdot G(U/V,1)} \\ =\frac{U\cdot G_U}{G(U,V)}\in(0,1) \\ \text{por ser G(.,.) homogénea} \\ \text{de grado 1}}} 0<\eta(\theta)<1$$

- **Probabilidad de que un buscador encuentre un trabajo**

$$f \equiv \frac{\text{número de emparejamientos}}{\text{número de desempleados}} = \frac{G(U \cdot N, V \cdot N)}{U \cdot N}$$

$$= \frac{V \cdot N \cdot G(U \cdot N / V \cdot N, 1)}{U \cdot N} = \frac{V}{U} G(U/V, 1) = \theta q(\theta) \equiv \underset{(+)}{f}(\theta),$$

- Si θ es alto entonces hay, relativamente, pocos desempleados; así, los desempleados encuentran fácil localizar una empresa con un puesto vacante (f es alto).
- Si θ es bajo entonces hay, relativamente, muchos desempleados; así, los desempleados encuentran difícil localizar una empresa con un puesto vacante (f es bajo).

- **Elasticidad de la función** $f(\theta)$

$$\frac{\theta}{f}\frac{df}{d\theta} \underbrace{=}_{\substack{f=\theta q(\theta)\rightarrow \\ f'=q(\theta)+\theta q'(\theta) \\ =q(\theta)[1-\eta(\theta)]>0}} \frac{\theta q(\theta)[1-\eta(\theta)]}{\theta q(\theta)} = 1-\eta(\theta) > 0$$

- Es importante notar la relación existente entre las probabilidades a las que se enfrentan trabajadores desempleados que buscan una vacante y empresas con una vacante que buscan un desempleado que la ocupe.

- **Definiciones de duración**
  - **La duración esperada de un puesto vacante es** $\dfrac{1}{q(\theta)}$
  - **La duración esperada del desempleo** $\dfrac{1}{f(\theta)}$

[Suponemos que las empresas con una vacante se enfrentan a un proceso de Poisson con probabilidad instantánea $q(\theta)$ de encontrar a un trabajador desempleado y contratarle; similarmente, el desempleado también se enfrenta a un proceso de Poisson, pero con una probabilidad instantánea igual a $f(\theta)$ de encontrar a una empresa con una vacante y ser contratado. Supongamos, por ejemplo, que $G(t)$ es un proceso estocástico Poisson que representa el número de emparejamientos que han ocurrido hasta el instante t. Supongamos que el primer suceso ha ocurrido en el instante T_1,. Si definimos T_n como el tiempo transcurrido entre el (n-1)-ésimo suceso y el n-ésimo, una propiedad muy útil de un proceso de Poisson es que T_n (n=1, 2, 3,…) está idéntica e independientemente distribuido como una distribución exponencial con parámetro q y, por tanto, una media igual a 1/q, siendo 1/q una duración media.]

- **Equilibrio en el flujo de trabajadores/desempleados:**

$$\boxed{\underbrace{s(1-U)\,N\,dt}_{\substack{\text{flujo esperado de}\\ \text{trabajadores que pierden}\\ \text{su trabajo}}} = \underbrace{\theta\, q(\theta) U\, N\, dt}_{\substack{\text{flujo esperado de}\\ \text{parados que encuentran}\\ \text{un trabajo}}}} \qquad (1)$$

donde s es la tasa (exógena) de destrucción de empleo.

La ecuación (1) implica una tasa de desempleo:

$$\boxed{U = \frac{s}{s+\theta\, q(\theta)} = \frac{s}{s+f(\theta)}}$$

Comportamiento de la empresa

- Suponemos que las empresas tienen un único empleo y son neutrales al riesgo
- Las empresa con un puesto vacante tiene el siguiente valor:

$$J_V = -\gamma_0 + \frac{1}{1+r}\left[q(\theta)J_O + \left(1-q(\theta)\right)J_V\right] \Rightarrow$$

$$\boxed{\underbrace{\frac{r}{1+r}J_V}_{\substack{\text{coste del activo} \\ \text{en valor presente}}} = \underbrace{-\gamma_0 + \frac{q(\theta)}{1+r}(J_O - J_V)}_{\substack{\text{Rendimiento del activo en valor presente: coste} \\ \text{de búsqueda más la ganacia de capital esperada}}}}$$

donde:

r: es el tipo de interés

J_V : es el valor de una empresa que hoy tiene una vacante

γ_0 : es el coste de búsqueda de la empresa con una vacante

J_O : es el valor de una empresa con su puesto de trabajo ocupado

- **Supuesto:** libre entrada de empresas con una vacante:

$$J_V = 0 \Rightarrow 0 = -\gamma_0(1+r) + q(\theta)J_O \Rightarrow \boxed{J_O = \frac{\gamma_0(1+r)}{q(\theta)}}$$

Por tanto, el valor de un trabajo ocupado es igual al coste esperado de crearlo (es decir, el coste de ocupar una vacante)

- Las empresas con su puesto de trabajo ocupado tienen la siguiente ecuación de arbitraje:

$$J_O \underbrace{=}_{\text{Nótese que } L=1} \left[F(K,1)-(r+\delta)K-w\right]+\frac{1}{1+r}\left[sJ_V+(1-s)J_O\right] \underbrace{\Rightarrow}_{J_V=0}$$

$$\boxed{\underbrace{\frac{r}{1+r}J_O}_{\substack{\text{coste del activo}\\ \text{en valor presente}}} = \underbrace{\left[F(K,1)-(r+\delta)K-w\right]-\frac{s}{1+r}J_O}_{\substack{\text{Rendimiento del activo en valor presente: beneficio del}\\ \text{primer periodo más la ganacia de capital esperada}}}} \qquad (2)$$

donde:

* $F(K,1)$: es el output de la empresa con un único puesto de trabajo

* La empresa alquila el capital a la tasa $r+\delta$

* La empresa paga un salario w al trabajador que tiene contratado que determinaremos después

* La empresa alquila capital tal que J_O es maximizado:

$$\max_{\{K\}}\left(\frac{r+s}{1+r}\right)J_O \equiv F(K,1)-(r+\delta)K-w \Rightarrow F_K = r+\delta \qquad (3)$$

- Teniendo en cuenta que $J_O = \dfrac{\gamma_0(1+r)}{q(\theta)}$ y que $F(K,1) = F_K K + F_L$, de (2) y (3) se tiene:

$$\boxed{\underbrace{\frac{F_L - w}{(r+s)}}_{\substack{\text{El valor de un empleo ocupado en} \\ \text{valor presente (usamos r+s como} \\ \text{tasa de descuento ajustada por el} \\ \text{riesgo de destrucción de empleo)}}} = \underbrace{\frac{\gamma_0}{q(\theta)}}_{\substack{\text{Costes de búsqueda} \\ \text{esperados}}}}$$

Nótese que los costes de búsqueda de la empresa son positivos (γ_0>0), por lo que los trabajadores no obtienen como salario su producto marginal ($w < F_L$)

- **Comportamiento del trabajador**

  - Neutral al riesgo y vive infinitos periodos
  - Se preocupa del valor presente del flujo de renta presente y futura
  - Recibe un salario *w* cuando está ocupado y un subsidio de desempleo igual a *z* cuando está parado.
  - La ecuación de arbitraje del trabajador que está actualmente en paro es:

$$Y_U = z + \frac{1}{1+r}\left[\theta q(\theta) Y_E + \left(1-\theta q(\theta)\right) Y_U\right] \Rightarrow$$

$$\boxed{\underbrace{\frac{r}{1+r} Y_U}_{\text{coste de capital del activo}} = \underbrace{z + \frac{\theta q(\theta)}{1+r}\left(Y_E - Y_U\right)}_{\text{Rendimiento del activo: subsidio de desempleo + ganancia de capital esperada}}} \qquad (4)$$

donde

Y_U : es la riqueza del trabajador actualmente desempleado

Y_E : es la riqueza del trabajador actualmente ocupado

- La ecuación de arbitraje del trabajador que está actualmente ocupado es:

$$Y_E = w + \frac{1}{1+r}\left[sY_U + (1-s)Y_E \right] \Rightarrow$$

$$\boxed{\underbrace{\frac{r}{1+r}Y_E}_{\substack{\text{coste de capital}\\ \text{del activo}}} = \underbrace{w - \frac{s}{1+r}\left(Y_E - Y_U\right)}_{\substack{\text{Rendimiento del activo: salario - ganancia}\\ \text{de capital esperada (por pérdida del empleo)}}}} \qquad (5)$$

- Combinando (4) con (5):

$$\frac{r}{1+r}Y_U = \frac{z(r+s)+\theta q(\theta)w}{r+s+\theta q(\theta)},$$

$$\frac{r}{1+r}Y_E = \frac{sz+[r+\theta q(\theta)]w}{r+s+\theta q(\theta)} = \frac{r(w-z)}{r+s+\theta q(\theta)} + \frac{r}{1+r}Y_U$$

- **Computando el salario**

  - Solución negociada de Nash

  - Ganancia esperada de la empresa i-ésima de llegar a un acuerdo
    De (2):

$$\frac{r}{1+r} J_O^i = \left[F(K_i,1) - (r+\delta)K_i - w_i\right] - \frac{s}{1+r} J_O^i \Rightarrow$$

$$\boxed{J_O^i = \frac{F_L(K_i,1) - w_i}{r+s}(1+r)} \qquad (6)$$

  - Ganancia esperada del trabajador i-ésimo de llegar a un acuerdo
    De (5):

$$\frac{r}{1+r}\left(Y_E^i - Y_U\right) = w_i - \frac{s}{1+r}\left(Y_E^i - Y_U\right) - \frac{r}{1+r} Y_U \qquad (7)$$

    donde Y_U no depende de w_i, sino del salario esperado (salario medio) de la economía.

- En la solución negociada de Nash, el salario w_i se establece de modo que Ω sea maximizado:

$$\underset{\{w_i\}}{\text{Max}}\ \Omega \equiv \beta \ln(Y_E^i - Y_U) + (1-\beta)\ln(J_O^i - \underbrace{J_V}_{0}), \quad 0 < \beta < 1$$

donde β representa el poder de negociación del trabajador.

CPO:

$$\frac{d\Omega}{dw_i} = \frac{\beta}{Y_E^i - Y_U}\frac{dY_E^i}{dw_i} + \frac{1-\beta}{J_O^i}\frac{dJ_O^i}{dw_i} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\beta}{Y_E^i - Y_U}\frac{(1+r)}{r+s} - \frac{1-\beta}{J_O^i}\frac{(1+r)}{r+s} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{Y_E^i - Y_U = \frac{\beta}{1-\beta}J_O^i} \qquad (8)$$

Esta regla puede ser expresada en una ecuación

de salarios más conveniente de dos formas posibles:

1) Sustituyendo (6) y (7) en (8):

$$\frac{1+r}{r+s} w_i + \frac{s}{r+s} Y_U - Y_U = \frac{\beta}{1-\beta} \frac{F_L(K_i,1) - w_i}{r+s}(1+r) \Rightarrow$$

$$\boxed{w_i = (1-\beta)\frac{r}{1+r} Y_U + \beta\ F_L(K_i,1)} \qquad (9)$$

es decir, el trabajador consigue una media ponderada entre

el salario de reserva $\left(\frac{r}{1+r} Y_U\right)$ y el producto marginal del trabajo (F_L).

2) La segunda expresión se obtiene como sigue: de la maximización de beneficios de la empresa, cuyo puesto de trabajo está ocupado, obteníamos de (3) el stock de capital que será el mismo para todas las empresas (supuesto que comparten la misma tecnología). Por tanto, el salario elegido por la empresa i-ésima será el mismo para todas las empresas: $w_i = w \ \ \forall i$. Esto significa que la expresión (4) puede ser escrita como sigue:

$$\frac{r}{1+r}Y_U = z + \frac{\theta q(\theta)}{1+r}\left(Y_E - Y_U\right) \underbrace{=}_{\text{usando (8)}} z + \frac{\theta q(\theta)}{1+r}\frac{\beta}{1-\beta}J_O$$

$$= z + \frac{\theta q(\theta)}{1+r}\frac{\beta}{1-\beta}\frac{\gamma_0(1+r)}{q(\theta)} = \boxed{z + \frac{\beta\theta\gamma_0}{1-\beta}} \qquad (10)$$

Este resultado es intuitivo: el salario de reserva es creciente con el subsidio de desempleo, el poder de negociación del trabajador, el coste de búsqueda de los empresarios y la “rigidez” del mercado de trabajo. Sustituyendo (10) en (9):

$$\boxed{w = (1-\beta)z + \beta\left[F_L(K,1) + \theta\gamma_0\right]} \qquad (11)$$

- **Equilibrio de mercado**

El equilibrio de mercado consiste en las siguientes 4 ecuaciones que determinan los valores de equilibrio del stock de capital (*K*), salario (*w*), el grado de rigidez del mercado de trabajo (*θ*) y la tasa de paro (*U*):

$$F_K(K,1) = r + \delta \qquad (12)$$

$$\frac{F_L(K,1) - w}{(r+s)} = \frac{\gamma_0}{q(\theta)} \qquad (13)$$

$$w = (1-\beta)z + \beta\left[F_L(K,1) + \theta\gamma_0\right] \qquad (14)$$

$$U = \frac{s}{s + \theta q(\theta)} = \frac{s}{s + f(\theta)} \qquad (15)$$

- De la ecuación (12) obtenemos K^*, de las ecuaciones (13) y (14) obtenemos w^* y θ^*; por último, de la ecuación (15) obtenemos U^*.

- Análisis Gráfico:

Pendiente de la ecuación (13):

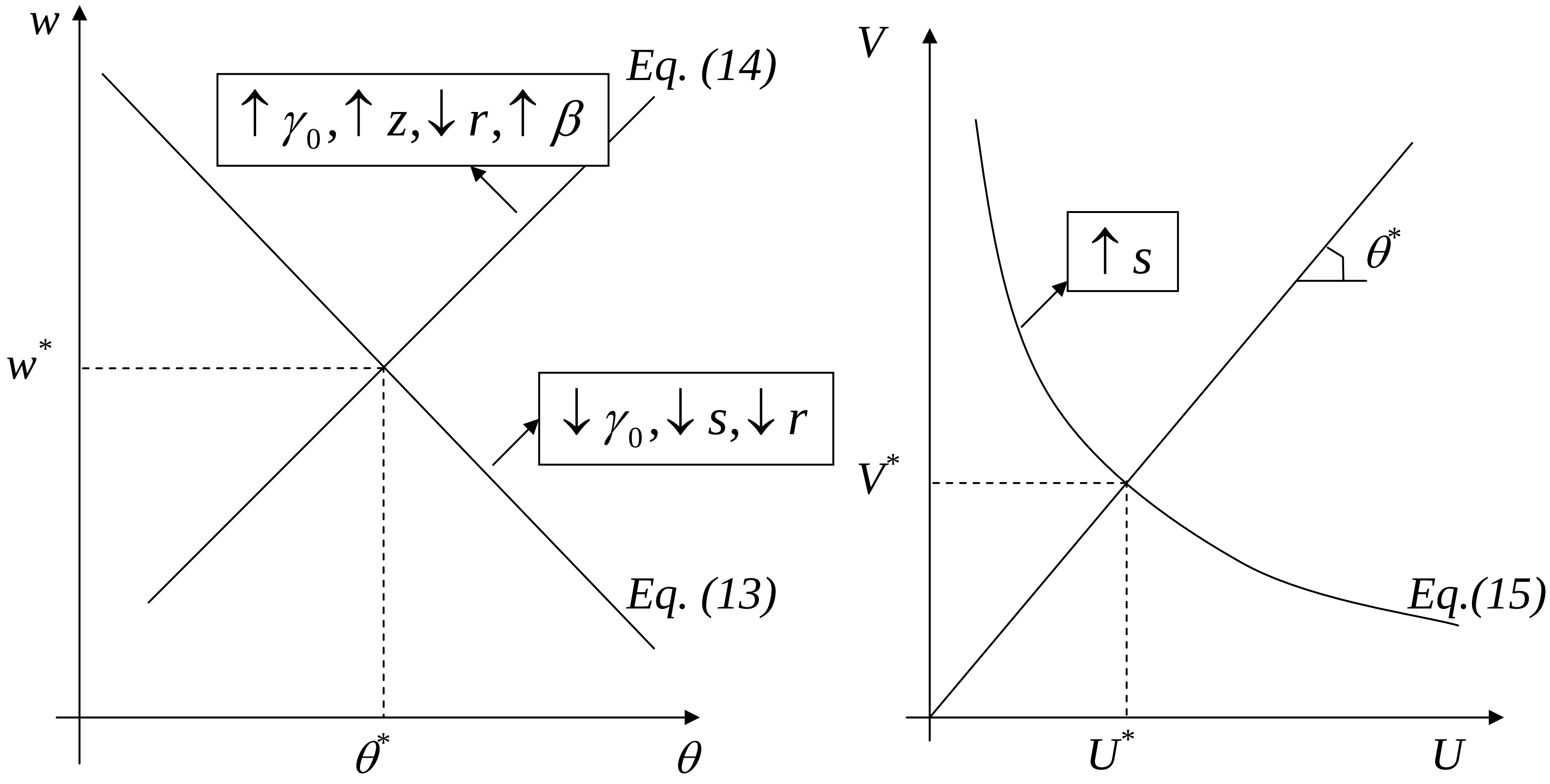
$$\frac{dw}{d\theta} = \frac{(r+s)\gamma_0 q'(\theta)}{\left[q(\theta)\right]^2} < 0$$

Pendiente de la ecuación (14):

$$\frac{dw}{d\theta} = \beta\gamma_0 > 0$$

Log-linealización de la ecuación (15) ["Curva Beveridge"]:

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{1-\eta(\theta)}\frac{ds}{s} - \frac{s+f(\theta)\eta(\theta)}{1-\eta(\theta)}\frac{dU}{U},$$ donde hemos usado que $\theta = \frac{V}{U}$



w
w^*
θ^*
θ
$\uparrow \gamma_0, \uparrow z, \downarrow r, \uparrow \beta$
$\downarrow \gamma_0, \downarrow s, \downarrow r$
Eq. (14)
Eq. (13)
V
V^*
U^*
U
$\uparrow s$
θ^*
Eq.(15)

Aplicaciones:

- **Impuestos sobre la renta salarial**

Una empresa pagará en concepto de seguridad social un impuesto proporcional sobre la renta salarial igual a t_E; los trabajadores a su vez pagarán también al gobierno un impuesto t_L en concepto de seguridad social. Las ecuaciones de equilibrio serán (demuéstrese como ejercicio y analícese el impacto de cambios en estos tipos impositivos):

$$F_K(K,1) = r + \delta \qquad (12)$$

$$\frac{F_L(K,1) - w(1+t_E)}{(r+s)} = \frac{\gamma_0}{q(\theta)} \qquad (13')$$

$$w = (1-\beta)\frac{z}{1-t_L} + \beta\left[\frac{F_L(K,1) + \theta\gamma_0}{1+t_E}\right] \qquad (14')$$

$$U = \frac{s}{s + \theta\, q(\theta)} = \frac{s}{s + f(\theta)} \qquad (15)$$

- ***Deposits of Labor***

Si una empresa contrata a un trabajador recibe una subvención igual a *b*; si despide a un trabajador paga con coste al gobierno igual a *b*. Las ecuaciones de equilibrio serán (demuéstrese como ejercicio y estúdiese el impacto de cambios en *b*):

$$F_K(K,1) = r + \delta \tag{12}$$

$$\frac{F_L(K,1) + \frac{r}{1+r}b - w(1+t_E)}{(r+s)} = \frac{\gamma_0}{q(\theta)} \tag{13''}$$

$$w = (1-\beta)\frac{z}{1-t_L} + \beta\left[\frac{F_L(K,1) + \frac{r}{1+r}b + \theta\gamma_0}{1+t_E}\right] \tag{14''}$$

$$U = \frac{s}{s+\theta q(\theta)} = \frac{s}{s+f(\theta)} \tag{15}$$